

Révisions de mathématiques

À l'exception du dernier point, tout ce qui suit constitue le programme pour le test de rentrée.

Analyse

- Règles de calcul usuelles :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dots\dots \quad \sqrt{ab} = \dots\dots \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \dots\dots \quad \sqrt{a^n} = \dots\dots$$

$$(ab)^n = \dots\dots \quad (a+b)^n = \dots\dots \quad (a^n)^m = \dots\dots$$

- Manipulation d'inégalités :

$$a \leq b \Rightarrow ac \leq bc \quad \text{pour } c \geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c} \quad \text{pour } c > 0$$

$$a \leq b \Rightarrow ac \geq bc \quad \text{pour } c \leq 0 \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} \geq \frac{b}{c} \quad \text{pour } c < 0$$

Soit I un intervalle de \mathbb{R} , f une fonction définie sur I , a et b deux éléments de I :

- Si f est croissante sur I , alors $a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$
- Si f est décroissante sur I , alors $a \leq b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$

- Fonction \ln :

$$\ln(ab) = \dots\dots \quad \ln\left(\frac{1}{a}\right) = \dots\dots \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \dots\dots \quad \ln(a^n) = \dots\dots \quad \ln(\sqrt{a}) = \dots\dots$$

Limites de \ln en 0^+ et $+\infty$, valeurs remarquables $\ln(1)$ et $\ln(e)$.

- Fonction exponentielle :

$$e^{a+b} = \dots\dots \quad \frac{1}{e^a} = \dots\dots \quad e^{a-b} = \dots\dots \quad (e^a)^n = \dots\dots \quad \sqrt{e^a} = \dots\dots$$

Limites de \exp en $\pm\infty$, valeurs remarquables e^0 et e^1 .

- Allures des courbes représentatives des fonctions usuelles : vous devez pouvoir dessiner l'allure des courbes des fonctions

$$x \mapsto x^2 \quad x \mapsto \sqrt{x} \quad x \mapsto \frac{1}{x} \quad x \mapsto e^x \quad x \mapsto \ln(x)$$

et en déduire toutes infos utiles (ensemble de définition, tableau de signes, limites,...)

- Dérivées des fonctions usuelles : polynômes, exponentielles, logarithmes. Dérivée d'un produit, d'un quotient, d'une composée.
- Tracé de l'allure de la courbe représentative d'une fonction f à partir du tableau de variation de f . Équation d'une tangente. Discussion de la convexité à partir de l'étude de f'' ; point d'inflexion.
- Limites usuelles. Croissances comparées. Techniques usuelles pour résoudre les formes indéterminées.
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.
- Continuité : TVI, théorème de la bijection. Détermination de $f(I)$ si on connaît le tableau de variation de f sur I (I est un intervalle).
- Savoir effectuer une récurrence.
- Suites : limites usuelles ; étude de la monotonie ; théorème de convergence monotone ; théorème des gendarmes.

- Intégrales sur un segment : savoir calculer $\int_a^b f(t) dt$ dans le cas de fonctions f simples. Tableau de primitives :

| Fonction : $x \mapsto \dots$ | Primitive : $x \mapsto \dots$ |
|--|-------------------------------|
| a (constante) | ax |
| x^n (n entier positif ou négatif, $n \neq -1$) | $\frac{x^{n+1}}{n+1}$ |
| $\frac{1}{\sqrt{x}}$ | $2\sqrt{x}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $\ln x $ |
| e^{ax} ($a \neq 0$) | $\frac{1}{a}e^{ax}$ |

Si u est une fonction, reconnaissance des formes suivantes :

| Fonction | Primitive |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| $u' \cdot u^\alpha, \alpha \neq -1$ | $\frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ |
| $\frac{u'}{u}$ | $\ln(u)$ |
| $u' \cdot e^u$ | e^u |

- Sommes et séries : calcul de

$$\sum_{k=0}^n k \quad ; \quad \sum_{k=0}^n q^k \quad (q \neq 1) \quad ; \quad \sum_{n=0}^{+\infty} q^n \quad , \quad \sum_{n=1}^{+\infty} n q^{n-1} \quad , \quad \sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1) q^{n-2} \quad (|q| < 1)$$

Algèbre

Résolution de systèmes linéaires.

Scilab

Syntaxe et algorithmique de base :

- `if... then... else... end`
- `for... end`
- `while... end.`

Objets : matrices ligne, matrices colonne, matrices.

Algorithmes à maîtriser :

- Calcul du n -ième terme d'une suite récurrente ;
- Pour $u_n \rightarrow +\infty$, calcul du premier rang N tel que $u_N \geq A$ (avec A donné par l'énoncé).
- Algorithme de dichotomie.

Programme de la rentrée

Nous attaquerons par l'algèbre linéaire. Se rafraîchir la mémoire sur les espaces vectoriels : espace $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$, sous-espaces vectoriels, combinaisons linéaires, sous-espaces engendrés.